

Analyysi B

Harjoitukset 7, 29.–30.4.2019

1. Määritä $F'(x)$ ja $G''(x)$, kun

$$F(x) = \int_{3x}^{x^2} \sin(t^2) dt \quad \text{ja} \quad G(x) = \int_0^x x e^{-t^2} dt.$$

2. Määritä raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x\sqrt{x}} \int_0^{\sqrt{x}} \sin(t^2) dt.$$

3. Osoita, että jos $x > 0$, niin

$$\int_{\frac{1}{x}}^x \frac{\arctan t}{t} dt = \frac{\pi}{2} \log x.$$

4. Tutki, missä pisteessä (tai pisteissä) funktio

$$f(x) = \int_x^{2x} \frac{e^t}{t} dt \quad (x > 0)$$

saavuttaa suurimman arvonsa välillä $]0, 2]$.

5. Määritä funktion

$$F(x) = \int_0^{2x-x^2} \cos\left(\frac{1}{1+t^2}\right) dt$$

paikalliset ääriarvokohtat ja ääriarvojen laatu.

6. Määritä sellaiset vakiot a ja b , että funktio

$$F(x) = e^x(a \sin x + b \cos x)$$

on funktion $f(x) = e^x \sin x$ integraalifunktio.

7. Olkoon f sellainen funktio, että

$$\int_0^{f(x)} t^2 dt = x \cos(\pi x)$$

kaikilla $x \in \mathbf{R}$. Määritä $f(\frac{1}{2})$ ja $f(4)$.

8. Osoita, että toinen raja-arvoista

$$\lim_{z \rightarrow 0^+} \int_z^1 \frac{1}{x} dx \quad \text{ja} \quad \lim_{z \rightarrow 0^+} \int_z^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

on äärellinen ja toinen ääretön.