

## Analyyysi B

Vastauksia ja vihjeitä luvun 3 harjoitustehtäviin / kevät 2020

### Luku 3.1

1. (a)  $-\frac{2}{5}$ , (b)  $\frac{1}{2}$ , (c)  $-2$
2. (a)  $-2$ , (b)  $10$
3. Hyödynnä l'Hospitalin sääntöä.
4. (a)  $2$ , (b)  $1$
5.  $a = 3$ , (b)  $a = -3$  tai  $a = 4$
6.  $a = -3$ ,  $b = \frac{9}{2}$
7. Kyseessä ei ole epämääräinen muoto. Raja-arvo on  $0$ .
8. (a)  $0$ , (b)  $2$ , (c)  $e$
9. Hyödynnä l'Hospitalin sääntöä.
10. (a) Raja-arvoa ei ole olemassa, (b)  $\infty$
11. (a)  $\frac{1}{2}$ , (b)  $\frac{7}{5}$
12. (a)  $0$ , (b)  $\frac{1}{6}$
13. (a)  $0$ , (b)  $2$
14. (a)  $e^3$ , (b)  $1$ , (c)  $1$
15. Hyödynnä l'Hospitalin sääntöä.
16. (a)  $1$ , (b)  $e^{-1}$
17.  $e^2$
18. (a)  $e^2$ , (b)  $e^{-2}$ , (c)  $e^{-1}$
19. (a)  $e$ , (b)  $e$ , (c)  $e^{-1}$
20.  $a = \log 2$

## Luku 3.2

1. Tutki funktion derivaattaa.
2. Pisteissä 1 ja 2.
3. Tutki funktion  $\arctan x - x + \frac{x^3}{3}$  derivaattaa.
4.  $]0, \frac{1}{\sqrt{3}}]$
5. Tutki funktion derivaattaa.
6. Ei ole aidosti monotoninen (ensin vähenee, sitten kasvaa).
7. On aidosti kasvava.
8. Tutki funktion derivaattaa.
9. Osoita, että funktio  $g(x) = f(x) - x$  on aidosti kasvava. Tutki arvoa  $g(0) = b$  ja jos  $b < 0$ , hyödynnä väliarvoalusetta välillä  $[0, -\frac{b}{a}]$ .
10. Osoita, että  $f$  on kasvava ja ylhäältä rajoitettu (hyödynnä väliarvolausetta).

## Luku 3.3

1. Ei ole.
2. Aito paikallinen minimikohta, kun  $x = 1$ .
3. Aito paikallinen maksimikohta, kun  $x = \frac{1}{2}$ .
4. Aito paikallinen minimikohta, kun  $x = 1$ .
5. Aito paikallinen minimikohta, kun  $x = \frac{1}{2}$  ja  $x = 2$ .
6. Aito paikallinen minimikohta, kun  $x = \tan \frac{1}{e}$ .
7. Aito paikallinen minimikohta, kun  $x = 0$  ja  $x = 1$ .
8. Aito paikallinen minimikohta, kun  $x = 0$ .
9. Suurin arvo  $\frac{\pi}{4}$ , pienin arvo  $-\frac{\pi}{4}$ .
10. Tutki esimerkiksi funktion  $x \log x - x + 1$  pienintä arvoa.