

# Analyyysi C

Harjoitukset 1, 29.10.2019

1. Määritä

$$\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{9-3x}} dx$$

tai osoita, että epäoleellinen integraali hajaantuu.

2. Määritä

$$\int_{-5}^5 \frac{4}{x+4} dx$$

tai osoita, että epäoleellinen integraali hajaantuu.

3. Tutki, suppeneeko epäoleellinen integraali

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\log x} dx.$$

4. Tutki majorantti- ja minoranttiperiaatteita käyttäen, suppeneeko epäoleellinen integraali

$$\int_0^\pi \frac{1 + \cos x}{\sqrt{x}} dx.$$

5. Osoita majorantti- ja minoranttiperiaatteita käyttäen, että toinen epäoleellisista integraaleista

$$\int_0^3 \frac{1}{x^2+x} dx \quad \text{ja} \quad \int_0^3 \frac{1}{x+\sqrt{x}} dx$$

suppenee ja toinen hajaantuu.

6. Tutki majorantti- ja minoranttiperiaatteita käyttäen, suppeneeko epäoleellinen integraali

$$\int_0^3 \frac{\sin x}{3x-x^2} dx.$$

7. Tutki majorantti- ja minoranttiperiaatteita käyttäen, suppeneeko epäoleellinen integraali

$$\int_0^1 \frac{\arcsin x}{x\sqrt{x}} dx.$$

Vihje: Raja-arvo  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arcsin x}{x}$ .

8. Oletetaan, että funktio  $f$  on jatkuva ja ei-negatiivinen välillä  $] -1, 1[$ . Osoita, että epäoleelliset integraalit

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \quad \text{ja} \quad \int_{-1}^1 (1-x^2)^{1-x^2} f(x) dx$$

suppenevat (tai hajaantuvat) samanaikaisesti.