

Analyysi C

Harjoitukset 2, 5.11.2019

1. Tutki, suppeneeko epäoleellinen integraali

$$\int_0^{\pi} \frac{1 + 2 \sin \frac{\pi}{x}}{\sqrt{x} + x} dx.$$

2. Tutki majorantti- ja minoranttiperiaatteita käyttäen, suppeneeko epäoleellinen integraali

$$\int_1^{\infty} \frac{\log(x^2 + 1)}{x} dx.$$

3. Osoita majorantti- ja minoranttiperiaatteita käyttäen, että toinen epäoleellisista integraaleista

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x + \log x} dx \quad \text{ja} \quad \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2 - \log x} dx$$

suppenee ja toinen hajaantuu.

4. Olkoon funktio $f(x)$ jatkuva kaikilla $x \geq 1$ ja

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{\log x} = -2.$$

Osoita, että epäoleellinen integraali

$$\int_1^{\infty} e^{f(x)} dx$$

suppenee.

5. Tutki, suppeneeko epäoleellinen integraali

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2 \sqrt{\sin \frac{1}{x}}} dx.$$

6. Tutki, suppeneeko epäoleellinen integraali

$$\int_1^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 + \sin^2 x} dx.$$

7. Määritä

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-|x|} dx$$

tai osoita, että epäoleellinen integraali hajaantuu.

8. Osoita minoranttiperiaatetta käyttäen, että epäoleelliset integraalit

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx \quad \text{ja} \quad \int_0^{\infty} \frac{1}{x + x^2} dx$$

hajaantuvat.