

# Analyyysi C

Harjoitukset 4, 19.11.2019

1. Osoita, että toinen sarjoista

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n} - 5}{n + \sqrt{n} + 1} \quad \text{ja} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n} + 5}{n^2 - \sqrt{n} - 1}$$

suppenee ja toinen hajaantuu.

2. Osoita, että toinen sarjoista

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{n}} \quad \text{ja} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{n}$$

suppenee ja toinen hajaantuu.

3. Tutki, suppeneeko sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\frac{1}{n^2}} \sin(x^2) dx.$$

4. Osoita, että sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{x_k}\right)^{\log k} \quad (x_k > 0)$$

hajaantuu, jos  $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = 2$ .

5. Osoita, että jos  $\lim_{k \rightarrow \infty} kx_k = A > 0$ , niin sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} x_k$$

hajaantuu.

6. Tutki sekä käyttäen majorantti- tai minoranttiperiaatetta että käyttäen osamäärätarkastinta, suppeneeko sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{3^k + k}.$$

7. Tutki, millä vakion  $p > 0$  arvoilla sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^p p^{-n}$$

suppenee.

8. Tutki sarjan

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \log n}{2n + 3}$$

suppenemista ja itseistä suppenemista.