

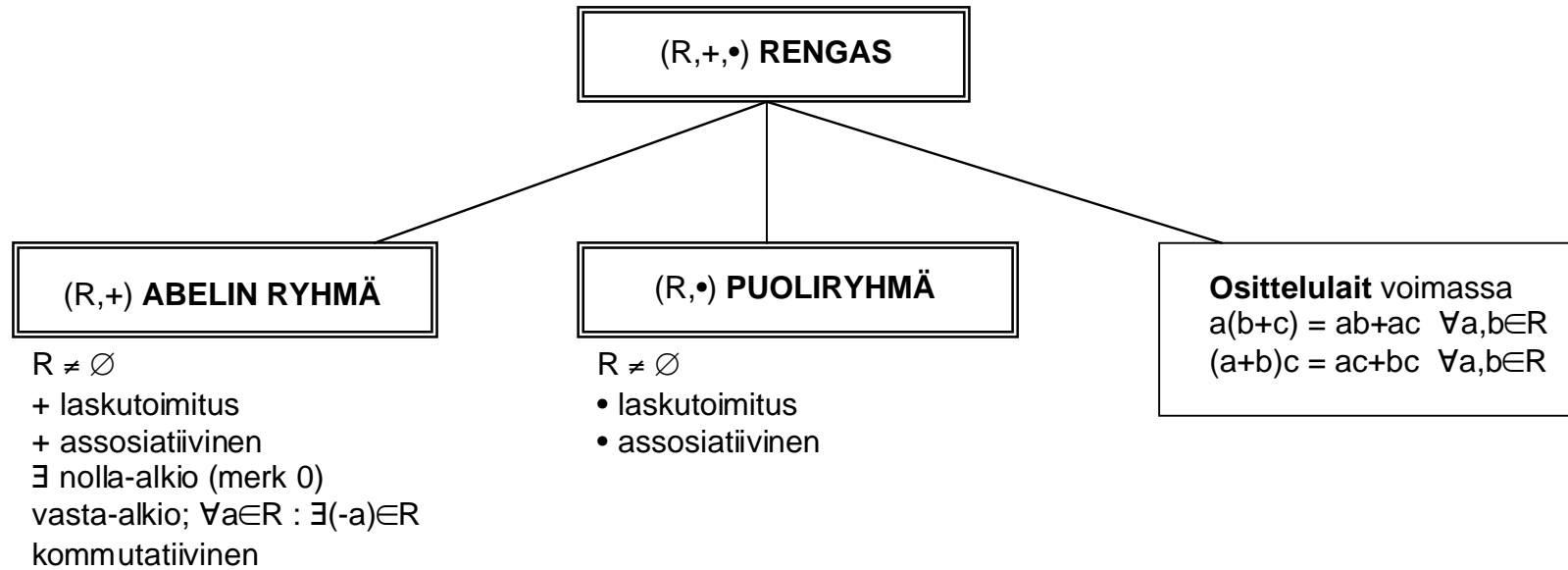
Monoidissa kääntyvän alkion käänteisalkio on yksikäsitteinen.

Lause 2.3.2

Jos monoidin alkiot a ja b ovat kääntyviä, niin alkiot $a * b$ ja a^{-1} ovat kääntyviä ja

$$(a * b)^{-1} = b^{-1} * a^{-1}$$

$$(a^{-1})^{-1} = a$$



Jos $(R,•)$ on **MONOIDI**, niin $(R,+,•)$ on **YKKÖSRENGAS**

$R \neq \emptyset$
 • laskutoimitus
 • assosiatiiivinen
 \exists ykkösalkio (merk 1)

Jos $(R,•)$ on **KOMMUTATIIVINEN**, niin $(R,+,•)$ **KOMMUTATIIVINEN** rengas

Lause 3.2.1

Olk. $(R,+,•)$ rengas ja $a,b \in R$.

Silloin

- 1) $0a = a0 = 0$
- 2) $a(-b) = (-a)b = -(ab)$
- 3) $-(-a) = a$
- 4) $(-a)(-b) = ab$
- 5) $a(b-c) = ab-ac$

$(F, +, \cdot)$ KUNTA, $|F| \geq 2$

$(F, +)$ ABELIN RYHMÄ

$F \neq \emptyset$
+ laskutoimitus
+ assosiatiivinen
 \exists nolla-alkio
vasta-alkio; $\forall a \in F$
: $\exists (-a) \in F$
+ kommutatiivinen

$(F \setminus \{0\}, \cdot)$ ABELIN RYHMÄ

$F \setminus \{0\} \neq \emptyset$
• laskutoimitus
• assosiatiivinen
 \exists ykkösalkio
käänteisalkio; $\forall a \in F \setminus \{0\} : \exists (a^{-1}) \in F \setminus \{0\}$
• kommutatiivinen

Osittelulait voimassa
 $a(b+c) = ab+ac \quad \forall a, b, c \in F$
 $(a+b)c = ac+bc \quad \forall a, b, c \in F$