Diskreetti matematiikka
Harjoitus 4, 29.-30.10.2009

1. Osoitettava, ettei järjestettyä kolmikkoa voida määritellä asettamalla $(x, y, z) = \{\{x\}, \{x, y\}, \{x, y, z\}\}$. Ohje: Vertaa toisiinsa järjestettyjä kolmikoita $(1, 1, 2)$ ja $(1, 2, 1)$.

2. Todistettava: Jos $A \neq B$ ja $A, B \neq \emptyset$, niin $A \times B \neq B \times A$.

3. Todistettava lauseessa 13 esitetyt tulojoukon kaksi jälkimmäistä ominaisuutta, ts. todistettava, että
   (a) $(A_1 \cap A_2) \times B = (A_1 \times B) \cap (A_2 \times B)$,
   (b) $(A_1 \setminus A_2) \times B = (A_1 \times B) \setminus (A_2 \times B)$
   aina, kun $A_1, A_2, B \subseteq X$. Havainnollistettava näitä ominaisuuksia geometrisesti.

4. Jatkokysymys tehtävään 3. Voidaanko oletusta $A_1, A_2, B \subseteq X$ jotenkin lieventää?

5. Todistettava, että jos $A \subseteq B$ ja $C \subseteq D$, niin $A \times C \subseteq B \times D$.

6. Olkoon $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Muodostettava (luettelemalla alkiot) joukon X relaatio
   (a) $xRy \;\Leftrightarrow\; x = y + 1$,
   (b) $xRy \;\Leftrightarrow\; x \geq 2y$.
   Havainnollistettava näitä relaatioita lisäksi nuolikuviolla, polkukuviolla, koordinaatistossa ja matriisina. Mitä havainnollistamismenetelmää pidät tarkoitukseen soveliaimpana?

7. Esitettävä koordinaatistossa joukon $\mathbf{R}$ relaatio
   (a) $xRy \;\Leftrightarrow\; y \geq x^2$,
   (b) $xRy \;\Leftrightarrow\; y < 1 - x^2 \;\wedge\; y > x + 1$.

8. Tutkittava, kuinka monta relaatiota joukosta X joukkoon Y on olemassa, kun
   (a) $X = \{1, 2\}$ ja $Y = \{1, 2, 3\}$,
   (b) $X = \{1, 2, \ldots, m\}$ ja $Y = \{1, 2, , \ldots, n\}$.

HUOM. Välikokeeseen osallistumisen edellytyksenä on, että 40 % koealueeseen kuuluvista tehtävistä on tehty. Viikolla 43 ei siis ole tämän kurssin luentoja eikä harjoituksia - rentouttavaa taukoviikkoa.