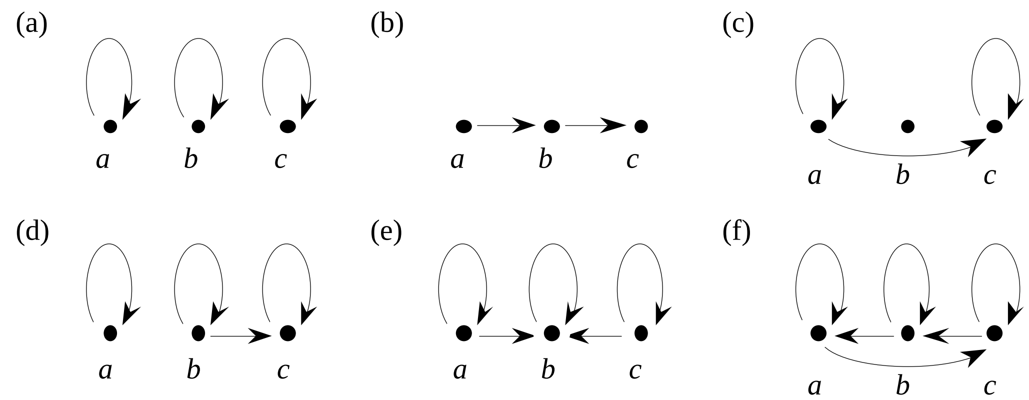
Diskreetti matematiikka
Harjoitus 7, 19.-20.11.2009

1. Olkoon R relaatio joukossa X. Osoitettava, että $rst(R) = srt(R) = str(R)$ ja $rts(R) = tsr(R) = trs(R)$, mutta ei välttämättä $rst(R) = rts(R)$.

2. Olkoot $\{A_i \mid i \in I\}$ ja $\{B_j \mid j \in J\}$ joukon X luokkajakoja. Onko
   (a) $\{A_i \cup B_j \mid i \in I,\ j \in J\}$,
   (b) $\{A_i \cap B_j \mid i \in I,\ j \in J\}$,
   (c) $\{A_i \cap B_j \mid i \in I,\ j \in J,\ A_i \cap B_j \neq \emptyset\}$
   aina joukon X luokkajako? Myönteisessä tapauksessa muodostettava tätä luokkajakoa vastaava ekvivalenssi.

3. Tietyn koulun oppilaiden joukossa määritellään ekvivalenssirelaatio $R =$"samalla luokalla" ja $S =$"samaa sukupuolta". Mikä luokkajako vastaa ekvivalenssirelaatiota (a) $R \cap S$, (b) $t(R \cup S)$?

4. Ovatko seuraavien polkukuvioiden määrittelemät relaatiot osittaisia tai täydellisiä järjestyksiä joukossa $X = \{a, b, c\}$?



5. (a) Osoitettava, että joukossa $X = \{1, 2, 3, 4\}$ määritelty relaatio
$$R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,2), (1,3), (1,4), (3,4)\}$$
on osittainen muttei täydellinen järjestys. (b) Voidaanko sitä täydentää (lisäämällä alkioita) niin, että saadaan täydellinen järjestys?

6. Osoitettava, että joukossa $\mathbf{Z}_+$ määritelty relaatio
$$x \preceq y \quad \Leftrightarrow \quad y \text{ on jaollinen luvulla } x$$
on osittainen järjestys, muttei täydellinen.

7. Voiko (a) osittainen, (b) täydellinen järjestys olla ekvivalenssi?

HUOM. Välikokeeseen osallistumisen edellytyksenä on, että 40 % koealueeseen kuuluvista tehtävistä on tehty.