

1. Kuinka monta solmua ja kuinka monta särmää on graafissa
(a) $K_{m,n}$ (b) C_n (c) W_n ?
2. Olkoon $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Anna esimerkki kahdesta keskenään ei-isomorfisesta (siis erilaisesta) graafista $G = (V, E)$ ja $G' = (V, E')$, jotka ovat molemmat 3-säännöllisiä. Onko tällaisia graafeja G ja G' olemassa, jos solmujen joukossa V on vähemmän kuin 6 alkiota?
3. Olkoot $m, n > 1$. Osoita, että graafissa $K_{m,n}$ on vähemmän särmää kuin sen komplementtigräafissa $\overline{K}_{m,n}$.
4. Kuinka monta aligraafia on graafilla
(a) $K_{2,2}$ (b) C_5 ?
5. Osoita, että graafilla K_n on täsmälleen

$$\sum_{i=1}^n \binom{n}{i} 2^{\binom{i}{2}} - 1$$

aitoa aligraafia. (Esimerkki 1.10 luentomonisteessa.)

6. Osoita, että jokaisella graafilla G pätee: $\delta(G) \leq \frac{2|E|}{|V|} \leq \Delta(G)$. Osoita myös, että $\delta(G) = \frac{2|E|}{|V|}$ jos ja vain jos $\frac{2|E|}{|V|} = \Delta(G)$.
7. Onko olemassa suunnattua graafia $G = (V, E)$, missä $V = \{a, b, c, d\}$ ja lähtö- ja tuloasteet ovat
(a) $\deg^+(a) = \deg^+(b) = \deg^+(c) = \deg^+(d) = 2$ sekä $\deg^-(a) = 0$, $\deg^-(b) = \deg^-(c) = 3$ ja $\deg^-(d) = 2$
(b) $\deg^+(a) = 0$, $\deg^+(b) = 1$, $\deg^+(c) = 2$, $\deg^+(d) = 3$ sekä $\deg^-(a) = 3$, $\deg^-(b) = 2$, $\deg^-(c) = 1$, $\deg^-(d) = 0$
(c) $\deg^+(a) = \deg^+(b) = \deg^+(c) = \deg^+(d) = 2$ sekä $\deg^-(a) = 3$, $\deg^-(b) = 2$, $\deg^-(c) = 1$, $\deg^-(d) = 0$
Jos on, anna esimerkki graafista G ; jos ei ole, perustele miksi ei.

8. Todista, että Ramseyn luku $R(3, 3)$ on 6.

Vihje: Monisteen Lauseen 1.4 perusteella $R(3, 3) \leq 6$, joten riittää antaa esimerkkigraafi, joka osoittaa, että $R(3, 3) > 5$.