

Piirrä kuvat kaikista graafeista tehtävissä 1, 3, 4 ja 7!

1. Olkoon $G = (V, E)$ graafi, missä $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ja $E = \{\{a, b\}, \{a, h\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, h\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{d, f\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{f, h\}, \{g, h\}\}$.
Etsi graafille G kaksi eri Eulerin piiriä.
2. Kuinka monta Hamiltonin piiriä on graafissa
(a) K_n (b) $K_{m,n}$.
3. Etsi dodekaedrista (kuva 4.5) Hamiltonin piiri.
4. Anna esimerkki Eulerin graafista, joka ei ole Hamiltonin graafi. Mikä on pienin mahdollinen esimerkki (pienin määrä solmuja)?
5. Todista Eulerin kaava $n - m + r = 2$ induktiolla (solmujen tai särmien lukumäärän suhteen).
6. Todista lause 4.10: Jos yhtenäisessä yksinkertaisessa tasograafissa on n solmua ($n \geq 3$) ja m särmää, ja siinä ei ole kolmen särmän pituisia silmukoita, niin $m \geq 2n - 4$.
Osoita tämän avulla, että $K_{3,3}$ ei ole tasograafi.
7. Määritä graafin $G = (V, E)$ väriluku $\chi(G)$, kun G on
(a) kuten tehtävässä 1 (b) kuten kuvassa 4.8.
8. Olkoon G yksinkertainen graafi. Osoita, että $\chi(G) \leq 2$ jos ja vain jos G ei sisällä yhtään parittoman pituista silmukkaa.