GRAAFITEORIA A
Harjoitus 2, kevät 2004

1. Muodostettava kuvion 1.22 graafin G solmujoukon $\{v_1, v_2\}$ indusoima aligraafi.

2. Muodostettava kuvion 1.27 graafin G särmäjoukon $\{e_1, e_2\}$ indusoima aligraafi.

3. Muodostettava a) se pseudograafi, joka saadaan yhdistämällä kuvion 1.24 graafin G solmut v_1 ja v_2, b) vastaava graafi poistamalla luupit ja korvaamalla useampikertaiset särmät yhdellä särmällä.

4. Olkoon G kuten edellä. Muodostettava a) se pseudograafi, joka saadaan kutistamalla särmä $\{v_1, v_2\}$, b) vastaava graafi, ks. ed.

5. Muodostettava kuvion 1.27 graafin G a) vierusmatriisi, b) tapausmatriisi, c) Laplacen matriisi.

6. Olkoot G ja H graafeja sekä A ja B niiden vierusmatriisit. Miten saadaan graafin a) $\overline{G}$, b) $G \quad H$, c) $G \cap H$, d) $G \quad H$ vierusmatriisi?

7. Kuten edellä, mutta tarkastellaan tapausmatriiseja.

8. Luennolla todettiin, että kaksi graafia ovat isomorfiset, jos ja vain jos toisen vierusmatriisi B saadaan kirjoittamalla toisen vierusmatriisin A pystyrivit tietyssä järjestyksessä ja myös vaakarivit siinä järjestyksessä. Tämä todettiin yhtäpitäväksi sen kanssa, että A ja B ovat similaarisia ja similaarimuunnoksen välittää permutaatiomatriisi. Toisin sanoen on olemassa sellainen permutaatiomatriisi P (eli matriisi, jonka pystyrivit ovat identtisen matriisin pystyrivit jossakin järjestyksessä), että $B = P^{\mathrm{T}}AP$. Esitettävä a) tapausmatriiseja, b) Laplacen matriiseja koskeva välttämätön ja riittävä ehto graafien isomorfisuudelle.