

GRAAFITEORIA A
Harjoitus 4, kevät 2004

1. Viime harjoituksissa sanottiin virheellisesti, että graafi on yhtenäinen, jos ja vain jos sen vierusmatriisin jokin potenssi on (alkioittain) positiivinen. Miksi tämä on väärin? Mikä on oikea vastaus?
2. Miten graafin vierusmatriisia tutkimalla voidaan päätellä graafin komponenttien lukumäärä?
3. Jos graafilla on k komponenttia ja jos niiden solmujen lukumäärät ovat n_1, \dots, n_k , niin kuinka monta särmää sillä on enintään?
4. Kuinka monta keskenään ei-isomorfista a) 2-, b) 3-, c) 4-, d) 5-solmuista puuta on olemassa?
5. Todistettava: Graafi on puu, jos se on yhtenäinen ja siinä on särmiä yksi vähemmän kuin solmuja.
6. Todistettava: Jos puuhun lisätään särmä (lisäämättä solmuja), niin saadussa graafissa on täsmälleen yksi silmukka.

Tehtävien 5 ja 6 väitteet sisältyvät lauseeseen 3.4, mutta ne on nyt tarkoitettu todistettavaksi ilman yhteyksiä tuon lauseen muihin osiin.