

Kombinatoriikka, kevät 2007
Harjoitus 1
18.1.2007

1. Olkoon $A \subseteq [9]$ joukko s.e. $|A| = 6$. Osoita, että on olemassa luvut $x, y \in A$, joilla $x + y = 10$. Voidaanko vaatia, että $x \neq y$?
2. Valitaan joukosta $[100]$ umpimähkään 56 eri lukua. Osoita, että valittujen lukujen joukossa on kaksi lukua, joiden erotus on 11.
3. Asetetaan lottopallot renkaan muotoon (lottopallojen numerot ovat $1, 2, \dots, 39$). Osoita, että renkaassa on kolme vierekkäistä palloa, joista täsmälleen yksi on paritonnumeroinen.
4. Olkoon $X \subseteq [2n]$ joukko s.e. $|X| > n$. Osoita, että on olemassa luvut $x, y \in X$, $x \neq y$, s.e. y on jaollinen x :llä. Päteekö tämä väite, jos $|X| = n$?
5. Kuinka moni luvuista $x \in [300]$ on jaollinen ainakin yhdellä luvuista 3, 5 ja 7?
6. Kuinka moni luvuista $x \in [1000]$ on jaollinen 5:llä tai 8:lla, mutta ei 6:lla?
7. Kuinka monessa viisinumeroisessa puhelinnumerossa esiintyy jokin numero ainakin kahdesti? Entä jos vaaditaan, että numero esiintyy kahdesti vierekkäin?