

1. Olkoon  $\Sigma$  aakkosto  $\{a, b, c\}$ , ja olkoot  $L$  ja  $K$  aakkoston  $\Sigma$  kielet  $\{ab, ac\}$  ja  $\{\epsilon, ba, cb, ac\}$ . Muodosta kielet  $L \cup K$ ,  $L \cap K$ ,  $L \cdot K$  ja  $L^*$ .
2. Olkoon  $\Sigma$  aakkosto, jossa on vähintään kaksi eri symbolia, ja olkoot  $u, v \in \Sigma^n$  kaksi eri sanaa. Osoita, että  $uv \neq vu$ .
3. Sana  $w \in \Sigma^*$  on *palindromi*, jos  $w^R = w$ . Osoita, että sanat  $u \cdot u^R$  ja  $u^R \cdot u$  ovat palindromeja jokaisella  $u \in \Sigma^*$ .  
(Huom:  $w^R$  on sanan  $w$  peilikuva, eli  $w$  luettuna ”takaperin”).

4. Kielten  $L$  ja  $K$  *oikeanpuolinen osamäärä* on kieli

$$L/K = \{u \mid uv \in L \text{ jollain sanalla } v \in K\}$$

(vasemmanpuolinen osamäärä määritellään vastaavasti). Muodosta osamäärät  $L/K$  ja  $K/L$ , kun  $L = \{aab, aba, bab, abba\}$  ja  $K = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

5. Todista säännöllisten kielten osittelulaki

$$(r + s)t = rt + st.$$

6. Todista seuraavat kielten laskulait oikeiksi tai vääriksi:

(a)  $(r + s)^* = r^* + s^*$ ,

(b)  $r + rs^+ = rs^*$

7. Todista, että jokainen äärellinen kieli  $L \subseteq \Sigma^*$  on säännöllinen.

Vihje: todista ensin, että kieli  $\{w\}$  on säännöllinen jokaisella  $w \in \Sigma^*$ .