

1. Olkoon  $M = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$  automaatti, missä,  $Q = \{q_0, p_0, p_1, p_2\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $F = \{p_0\}$ , ja jolla pätee:  
 $\delta(q_0, i) = p_0$ , kun  $i \in \{3, 6, 9\}$ ;  
 $\delta(p_j, i) = p_j$ , kun  $j \in \{0, 1, 2\}$  ja  $i \in \{0, 3, 6, 9\}$ ;  
 $\delta(q_0, i) = \delta(p_0, i) = p_1$  ja  $\delta(p_1, i) = p_2$  ja  $\delta(p_2, i) = p_0$ , kun  $i \in \{1, 4, 7\}$ ;  
 $\delta(q_0, i) = \delta(p_0, i) = p_2$  ja  $\delta(p_1, i) = p_0$  ja  $\delta(p_2, i) = p_1$ , kun  $i \in \{2, 5, 8\}$ .  
 Anna  $M$ :n tilasiirtymätaulukko ja piirrä kuva automaatista.
2. Olkoon  $M$  tehtävävän 1 automaatti. Osoita, että  $L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ on kolmella jaollinen positiivinen kokonaisluku}\}$ . Anna myös säännöllinen lauseke, joka määrittelee kielen  $L(M)$ .
3. Muodosta deterministinen automaatti, joka tunnistaa kielen
  - (a)  $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ sisältää parittoman määrän } a\text{:ta ja kolmella jaollisen määrän } b\text{:tä}\}$ ,
  - (b)  $L(r)$ , missä  $r$  on säännöllinen lauseke  $a^* + (ab)^* + (aba)^*$ .
4. Olkoon  $M = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$  deterministinen automaatti. Määritelmän mukaan  $\delta^*(q, wa) = \delta(\delta^*(q, w), a)$ , kun  $w \in \Sigma^*$  ja  $a \in \Sigma$ . Osoita, että jokaisella  $w \in \Sigma^*$  ja  $a \in \Sigma$  pätee myös  $\delta^*(q, aw) = \delta^*(\delta(q, a), w)$ . (Vihje: todistus menee induktiolla  $w$ :n suhteen.)
5. Muodosta epädeterministinen automaatti, joka tunnistaa kielen
  - (a)  $L = \{a^l b^m c^n \mid l, m, n \in \mathbb{N}\}$ ,
  - (b)  $K = \{a_1 \dots a_n \in \{a, b, c\}^* \mid a_{n-2} \neq a_{n-1}\}$ .
6. Olkoon  $M = (\{p, q, r, s\}, \{0, 1\}, q_0, \delta, \{q, s\})$  epädeterministinen automaatti, missä  $q_0 = p$  ja  $\delta = \{(p, 0, q), (p, 0, s), (p, 1, q), (q, 0, r), (q, 1, q), (q, 1, r), (r, 0, s), (r, 1, p), (s, 1, p)\}$ . Muodosta deterministinen automaatti  $M'$ , joka tunnistaa saman kielen kuin  $M$ .
7. Olkoon  $M = (\{p, q, r\}, \{a, b, c\}, \{p\}, \delta, \{r\})$   $\epsilon$ -NFA, missä  
 $\delta = \{(p, a, p), (p, b, q), (p, c, r), (q, \epsilon, p), (q, a, q), (q, b, r), (r, \epsilon, q), (r, a, r), (r, c, p)\}$ . Piirrä kuva automaatista  $M$ . Luettele kaikki korkeintaan kolmen pituiset sanat, jotka  $M$  hyväksyy.