

1. Olkoon $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, q_0, \delta, \{q_1, q_2\})$ deterministinen automaatti, missä $\delta = \{(q_0, a, q_1), (q_0, b, q_2), (q_1, b, q_1), (q_2, a, q_2), (q_2, b, q_1)\}$.
Konstruoi säännöllinen lauseke r , joka määrittelee kielen $L(M)$.
2. Osoita, että seuraavat kielet eivät ole säännöllisiä:
 - (a) $L = \{a^n b a^n \mid n \in \mathbb{Z}_+\}$,
 - (b) $K = \{a^n b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.
3. Osoita, että seuraavat kielet eivät ole säännöllisiä:
 - (a) $L = \{a_0 \dots a_n \in \{0, 1\}^* \mid |\{i \leq n \mid a_i = 0\}| < |\{i \leq n \mid a_i = 1\}|\}$,
 - (b) $K = \{a_1 \dots a_n \in \Sigma^* \mid n = m^2 \text{ jollain } m \in \mathbb{N}\}$.
4. Olkoon L aakkoston $\Sigma = \{a, b\}$ kieli $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$. Osoita, että kielen L indeksi on ääretön. Määritä myös \equiv_L -ekvivalenssiluokat.
5. Olkoon $L = L(r)$, missä r on säännöllinen lauseke $(ab)^* + bb^*$. Määritä \equiv_L -ekvivalenssiluokat. Muodosta näiden avulla deterministinen automaatti M , jolla $L = L(M)$.
6. Olkoon $L \subseteq \{0, 1\}^*$ niiden sanojen $a_1 \dots a_n$ joukko, joilla luku $|\{i \leq n \mid a_i = 0\}| + 1 - |\{i \leq n \mid a_i = 1\}|$ on jaollinen luvulla 5. Konstruoi deterministinen automaatti M , jolla $L = L(M)$, ja jossa on 5 tilaa. Osoita, että automaatti M on minimaalinen: ei ole olemassa 4-tilaista automaattia M' , jolla $L = L(M')$.
7. Olkoon $L \subseteq \Sigma^*$ kieli, ja $u, v \in \Sigma^*$. Osoita, että jos $u \equiv_L v$, niin $uw \equiv_L vw$ kaikilla $w \in \Sigma^+$.
Päteekö käänteinen väite: jos $uw \equiv_L vw$ kaikilla $w \in \Sigma^+$, niin $u \equiv_L v$?