Laskettavuuden teoria A, kevät 2009
Harjoitus 7
19.3.2009

1. Olkoon $G = (N, T, P, S)$ kielioppi, missä $N = \{S, A\}$, $T = \{a, b\}$ ja $P = \{S \to aAA, A \to aS|bS|a\}$. Anna pinoautomaatti M, jolla $L(M) = L(G)$, ja jonka pino tyhjenee sen tullessa lopputilaan.

2. Olkoon $M = (\{q, p\}, \{0, 1\}, \{X, Y\}, \{q\}, \{Y\}, \delta, \{p\})$ pinoautomaatti, missä $\delta(q, 0, Y) = \{(q, XY)\}$, $\delta(q, 0, X) = \{(q, XX)\}$, $\delta(q, 1, X) = \{(q, X)\}$, $\delta(q, \varepsilon, X) = \{(p, \varepsilon)\}$, $\delta(p, \varepsilon, X) = \{(p, \varepsilon)\}$, $\delta(p, 1, X) = \{(p, XX)\}$ ja $\delta(p, 1, Y) = \{(p, \varepsilon)\}$ (ja loput joukoista $\delta(\ldots)$ ovat tyhjiä). Anna CF-kielioppi G, jolla $L(G) = L(M)$.

3. Pinoautomaatti $M = (Q, \Sigma, \Gamma, S, Z, \delta, F)$ on *deterministinen*, jos
   (1) $|S| \leq 1$, (2) $|Z| = 1$,
   (3) $|\delta(q_i, a, X)| \leq 1$ kaikilla $q_i \in Q$, $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$, $X \in \Gamma$, ja
   (4) jos $\delta(q_i, \varepsilon, X) \neq \emptyset$, niin $\delta(q_i, a, X) = \emptyset$ jokaisella $a \in \Sigma$.

   Osoita, että deterministisen pinoautomaatin laskenta on determinististä: kaikilla $x, y \in \Sigma^*$, $q_i \in Q$ ja $\alpha \in \Gamma^*$ on olemassa korkeintaan yksi $q_j \in Q$ ja yksi $\beta \in \Gamma^*$ s.e. $(q_i, xy, \alpha) \vdash_M^* (q_j, y, \beta)$.

4. Anna deterministinen pinoautomaatti M, joka tunnistaa kielen $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 = |w|_1\}$.

5. Olkoon $G = (N, T, P, S)$ CF-kielioppi, missä $N = \{S\}$, $T = \{(,), a, b\}$ ja $P = \{S \to (a)|(S)|(SbS)\}$. Anna deterministinen pinoautomaatti M, jolla $L(M) = L(G)$.

6. Olkoon $L \subseteq \{a\}^*$ kieli $\{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$. Osoita pumppauslemman avulla, että L ei ole luokassa $\mathcal{CF}$.

7. Osoita pumppauslemman avulla, että kieli $L = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ei ole luokassa $\mathcal{CF}$.