Laskettavuuden teoria B, kevät 2009
Harjoitus 3
16.4.2009

1. Perustele Lauseen 2.4 avulla tarkasti, miksi NP $\subseteq$ EXPTIME. Miksi Lauseesta 2.4 ei kuitenkaan seuraa, että NP $\subseteq$ DEXT?

2. Määritellään lineaariset vaativuusluokat seuraavasti: LIN = DTIME($\mathrm{id}_{\mathbb{N}}$), NLIN = NTIME($\mathrm{id}_{\mathbb{N}}$) ja LINSPACE = DSPACE($\mathrm{id}_{\mathbb{N}}$) ($\mathrm{id}_{\mathbb{N}}$ on funktio $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$, jolla $\mathrm{id}_{\mathbb{N}}(n) = n$).

   Osoita, että LIN $\subseteq$ NLIN $\subseteq$ LINSPACE $\subseteq$ DEXT $\subseteq$ NEXT.

3. Määritellään vaativuusluokka, jossa tilaa on logaritmin polynomin verran: POLYLOG = $\bigcup_{k\in\mathbb{N}}$ DSPACE($\log^k$). Mitä voidaan sanoa tämän vaativuusluokan suhteista luokkiin LOG, NLOG, P, NP, PSPACE, DEXT ja EXPTIME (Lauseiden 2.4, 2.7 ja 2.8 perusteella).

4. Osoita tilahierarkialauseen avulla, että PSPACE $\subset$ DSPACE($n^{\log n}$).

5. Osoita aikahierarkialauseen avulla, että jokaisella $k \in \mathbb{Z}_+$ pätee DTIME(n^k) $\subset$ DTIME(n^{k+1}).

6. Miten edellisestä tehtävästä seuraa, että vaativuusluokka P ei ole yhden funktion generoima: ei ole olemassa funktiota $t : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ s.e. P = DTIME(t).

7. Todista Lause 2.10 (The Gap Theorem): On olemassa laskettava funktio $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ s.e. DTIME(f) = DTIME(2^f).