Laskettavuuden teoria B, kevät 2009
Harjoitus 5
30.4.2009

1. Todista Lauseen 3.9 luokalle EXPTIME: On olemassa EXPTIME-täydellinen ongelma.

2. Totea, että edellisen tehtävän EXPTIME-täydellinen ongelma A voidaan valita niin, että $A \in$ DEXT. Miksi tästä ei kuitenkaan seuraa, että DEXT = EXPTIME?

3. Määritellään eksponenttitornifunktiot $e_k : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ rekursiolla seuraavasti: $e_0(n) = n$, $e_{k+1}(n) = 2^{e_k(n)}$. Olkoon $\mathcal{F} = \{e_k \mid k \in \mathbb{N}\}$. Osoita, että vaativuusluokalla DTIME($\mathcal{F}$) ei ole täydellistä ongelmaa.

4. Olkoot $A \subseteq \Sigma^*$ ja $B \subseteq \Gamma^*$. Merkitään $A \leq_m^{\mathrm{LIN}} B$, jos on olemassa lineaarisessa ajassa laskettava $f : \Sigma^* \to \Gamma^*$ s.e. $w \in A \iff f(w) \in B$ jokaisella $w \in \Sigma^*$. (Funktio f on lineaarisessa ajassa laskettava, jos sen laskee jokin Turingin kone M, jolla $time_M \in \mathcal{O}(n)$.)

   Osoita, että ei ole olemassa kieltä A, joka on P-täydellinen $\leq_m^{\mathrm{LIN}}$-palautusten suhteen.

5. Osoita, että luokka LINSPACE = DSPACE(n) ei ole suljettu $\leq_m^{\mathrm{P}}$-palautusten suhteen. Onko LINSPACE suljettu $\leq_m^{\mathrm{LIN}}$-palautusten suhteen?

6. Esitä seuraavia propositiokaavoja vastaavat struktuurit $(A_\varphi, E_\varphi, L_\varphi)$ (piirrä kuvat): $\varphi := (p_0 \wedge (\neg p_0 \vee p_1)) \wedge p_1$, $\psi := (\varphi \vee p_0) \wedge (\neg\varphi \vee p_0)$.

7. Olkoon $(A_\varphi, E_\varphi, L_\varphi)$ struktuuri, missä
   $A_\varphi = \{a, b, c, d, e, f\}$, $E_\varphi = \{(a, b), (a, c), (b, d), (c, d), (c, e), (d, e), (d, f)\}$
   ja $L_\varphi = \{(a, \wedge), (b, \neg), (c, \vee), (d, \wedge), (e, p_2), (f, p_5)\}$.
   Piirrä kuva, ja kirjoita vastaava kaava φ.