Tarskin tasogeometrian aksioomajärjestelmä

Seuraavassa on esitelty Tarskin aksioomat $\mathrm{EG}^{(2)}$ *muodollisia loogisia lyhennysmerkintöjä käyttäen (esim.* $\forall$ *tarkoittaa "kaikilla",* $\exists$ *"on olemassa",* $\wedge$ *"ja").*

Janojen kongruenssiaksioomat

1. $\forall a, b\ (ab \equiv ba)$
2. $\forall a, b, p, q, r, s\ (ab \equiv pq \wedge ab \equiv rs \rightarrow pq \equiv rs)$
3. $\forall a, b, c\ (ab \equiv cc \rightarrow a = b)$

Janan konstruktio

4. $\forall a, b, c, d\ \exists x\ (bx \equiv cd \wedge B(a, b, x))$

Viiden janan aksiooma

5.

$$\begin{aligned} &\forall a, b, c, d, a', b', c', d' \\ &\qquad (a \neq b \wedge B(a, b, c) \wedge B(a', b', c') \wedge ab \equiv a'b' \wedge bc \equiv b'c' \wedge ad \equiv a'd' \wedge bd \equiv b'd' \\ &\qquad \rightarrow cd \equiv c'd') \end{aligned}$$

Välissäolon surkastunut tapaus

6. $\forall a, b\ (B(a, b, a) \rightarrow a = b)$

Välissäolon sisäinen transitiivisuus

7. $\forall a, b, c, d\ (B(a, b, d) \wedge B(b, c, d) \rightarrow B(a, b, c))$

Välissäolon ulkoinen vertailullisuus

8. $\forall a, b, c, d\ (B(a, b, c) \wedge B(a, b, d) \wedge a \neq b \rightarrow (B(a, c, d) \vee B(a, d, c)))$

Paschin aksiooma

9. $\forall a, b, c, p, q\ (B(a, p, c) \wedge B(b, c, q) \rightarrow \exists x\ (B(a, x, b) \wedge B(q, p, x)))$

Dimensioaksioomat tasossa

10. $\exists a, b, c\ (\neg B(a, b, c) \wedge \neg B(b, c, a) \wedge \neg B(c, a, b))$
11.

$$\begin{aligned} \forall a, b, c, p_0, p_1\ ((p_0 \neq p_1\ \wedge\ ap_0 \equiv ap_1\ \wedge\ bp_0 \equiv bp_1\ \wedge\ cp_0 \equiv cp_1) \\ \rightarrow B(a, b, c)\ \vee\ B(b, c, a)\ \vee\ B(c, a, b)) \end{aligned}$$

Eukleideen aksiooma

12. $\forall a, b, c, d, t\ \big(B(a, d, t) \wedge B(b, d, c) \wedge a \neq d \rightarrow \exists x, y\ (B(a, b, x) \wedge B(a, c, y) \wedge B(y, t, x))\big)$

Jatkumoskeema

13. Jos X ja Y ovat määriteltäviä joukkoja ja a sellainen piste, että kaikilla $x \in X$ ja $y \in Y$ pätee $B(a, x, y)$, niin on olemassa sellainen piste b, että kaikilla $x \in X$ ja $y \in Y$ pätee $B(x, b, y)$.