Tampereen yliopisto, ITC
Euklidinen geometria
Harjoitus 3 (22. 3.)
Kevät 2023

1. Osoita, että Tarskin aksiooma 7 eli välissäolon sisäinen transitiivisuus pätee standardimalleissa:

$$\forall a, b, c, d\ (B(a, b, d) \wedge B(b, c, d) \to B(a, b, c))$$

2. Osoita, että viiden janan aksiooma (Tarskin aksiooma 5) pätee standardimallissa eli todista ko. aksiooma analyyttisen geometrian menetelmin.

3. Todista, että Tarksin aksioomajärjestelmän $\mathrm{EG}^{(2)}$ dimensioaksioomat eli tason dimensioaksioomat 10 ja 11 ovat totta euklidisessa tasossa $(\mathbb{R}^2, B, \equiv)$.

4. Tarkastellaan avaruutta $(\mathbb{Q}^2, B^*, \equiv^*)$, joka saadaan standardimallista $(\mathbb{R}^2, B, \equiv)$ rajoittumalla pisteisiin, joiden koordinaatit ovat rationaalisia. Todista pythagoralainen katastrofi eli että avaruudessa $(\mathbb{Q}^2, B^*, \equiv^*)$ eivät ole voimassa Tarskin aksioomat $\mathrm{EG}^{(2)}$. Tai tarkemmin: mikä on ensimmäinen Tarskin listan aksiooma, joka ei ole totta avaruudessa $(\mathbb{Q}^2, B^*, \equiv^*)$?

5. Todista Tarskin aksioomajärjestelmässä, että jos $B(a, c, b)$, $B(a, b, d)$ ja $a \neq b$, niin $B(a, c, d)$.

6. Todista Tarskin aksioomajärjestelmässä, että jos $B(c, a, b)$, $B(a, b, d)$ ja $a \neq b$, niin $B(c, a, d)$.