

1. Johda viisinkertaisen kulman sinin ja kosinin kaavat laskemalla  $e^{i(5\varphi)} = (e^{i\varphi})^5$  kahdella eri tavalla ja vertailemalla reaali- ja kompleksiosia.
2. [Yo P1974K/7a] Missä  $xy$ -tason pisteissä luku  $z + z^{-1}$  on reaalinen? ( $z = x + iy$ )
3. Kompleksitason pisteet  $a$  ja  $b$  ovat säännöllisen  $n$ -kulmion ( $n \geq 3$ ) vierekkäiset kärjet, kun monikulmiota kierretään positiiviseen kiertosuuntaan ( $a$  tulee ensin, sitten  $b$ ). Määritä tämän säännöllisen monikulmion kaikki kärjet.

4. Luennoilla osoitettiin, että jokainen kompleksitason suora  $\ell$  voidaan esittää muodossa

$$\ell = \{z \in \mathbb{C} \mid az + b\bar{z} + c = 0\}$$

joillakin parametrien  $a, b, c \in \mathbb{C}$  arvoilla. Tutki käänteistä kysymystä: Millä arvoilla  $a, b, c \in \mathbb{C}$  yo. yhtälön mukainen  $\ell$  on suora? Mikä  $\ell$  on, jos ei suora?

5. Määrää kompleksitason suoran

$$\ell = \{z \in \mathbb{C} \mid (1 + i)z + (1 - i)\bar{z} + 1 = 0\}$$

kuva  $f[\ell]$  yhtenevyyskuvauksessa  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,

$$f(z) = -iz + 3.$$

6. Kuvausta  $T: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{0\}$ ,  $T(z) = 1/\bar{z}$ , kutsutaan *inversioksi* (*yksikköympyrän suhteen*). Mikä on suoran

$$\ell = \{z \in \mathbb{C} \mid z + \bar{z} = 3\}$$

kuva  $T[\ell]$  inversiossa  $T$ ?