

1. Olkoot  $t \in \mathbb{C}$  ja  $\varphi \in \mathbb{R}$ . Näytä, että

a)  $s_t \circ k_\varphi = k_\varphi \circ s_{te^{-i\varphi}}$ ,

b)  $s_t \circ p = p \circ s_{\bar{t}}$  ja

c)  $k_\varphi \circ p = p \circ k_{-\varphi}$ .

2. Yhtenevyyskuvaus  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  pitää pisteet  $a, b \in \mathbb{C}$  paikallaan, mutta  $f \neq \text{id}_{\mathbb{C}}$ . Määritä  $f$ :n lauseke.

3. Esitä esimerkki tason yhtenevyyskuvauksista  $f, g: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ , joille  $f \circ g \neq g \circ f$ .

4. Onko olemassa joukko  $K \subseteq \mathbb{C}$ , jolle  $\text{Symm}(K) = \{r_\varphi \mid \varphi \in \mathbb{R}\}$ ?

5. Mikä on ellipsin

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 4y^2 = 1\}$$

symmetriaryhmä? Oletetaan tunnetuksi, että ellipsin  $E$  symmetriakeskus on origo, joka pysyy näissä symmetrioissa paikoillaan.

6. Esitä esimerkki tasokuvioista  $K \subseteq \mathbb{C}$ , jonka symmetriaryhmä  $\mathbf{Symm}(K) = (\text{Symm}(K), \circ)$  on kolmen alkion syklinen ryhmä.