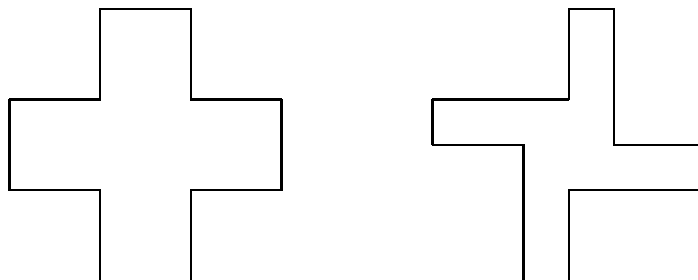


1. Olkoon $K, k' \subseteq \mathbb{C}$. Osoita, että
 - a) $\text{Symm}(K) = \text{Symm}(\mathbb{C} \setminus K)$,
 - b) $\text{Symm}(K \cap K') \subseteq \text{Symm}(K) \cap \text{Symm}(K')$ ja
 - c) $\text{Symm}(K \cup K') \subseteq \text{Symm}(K) \cap \text{Symm}(K')$.
2. Olkoon $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$. Mikä on säännöllisen n -kulmion symmetriaryhmän koko? (Voidaan tietenkin olettaa, että säännöllisen n -kulmion kärjet ovat yksikköympyrän pisteissä $(\cos(2\pi k/n), \sin(2\pi k/n))$, $k \in \{0, \dots, n-1\}$.)
3. Määritä allaolevien 12-kulmioiden symmetriaryhmät. Edellisen kärjet ovat pisteissä $(\pm 1, \pm 1)$, $(\pm 1, \pm 3)$ ja $(\pm 3, \pm 1)$, jälkimmäisen pisteissä $(\pm 1, 0)$, $(0, \pm 1)$, $(\pm 3, 0)$, $(0, \pm 3)$, $(1, 3)$, $(-3, 1)$, $(-1, -3)$ ja $(3, -1)$. Onko jompikumpi kuvioista symmetrisempi kuin toinen siinä mielessä, että sen symmetriaryhmä sisältää toisen symmetriaryhmän? (Selvyyden vuoksi kuvia ei ole piirretty päällekkäin.)



4. Tarkastellaan yksiulotteista peilausta: Olkoot $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq b$, ja $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2a - x$ ja $g(x) = 2b - x$. Olkoon $x_0 \in \mathbb{R}$ ja määritellään rekursiivisesti

$$x_{n+1} = \begin{cases} f(x_n), & \text{jos } n \in \mathbb{N} \text{ on parillinen,} \\ g(x_n), & \text{jos } n \in \mathbb{N} \text{ on pariton.} \end{cases}$$

Osoita, että jono $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ hajaantuu.

5. Olkoon K epätyhjä rajoitettu tasokuvio ja $p_\ell, p_{\ell'} \in \text{Symm}(K)$, missä p_ℓ tarkoittaa peilausta suoran ℓ suhteen. Osoita, että ℓ ja ℓ' leikkaavat.
6. Olkoon ℓ tason suora. Määritä, millainen symmetriaryhmä suoralla ℓ on eli selvitä, mitä kiertoja, siirtoja, peilauksia ja liukupeilauksia on $\text{Symm}(\ell)$:ssä.